№ 13,14 - дәріс сабағы.

Дәріс тақырыбы: Кеңістіктегі түзу.

Дәрістің мақсаты: Кеңістіктегі түзудің теңдеулерін енгізу жолдарын көрсету, кеңістіктегі түзу мен жазықтықтың өзара орналасуын, олардың арасындағы бұрышты таба білуге үйрету.

Дәрістің сұрақтары:

1. Кеңістіктегі түзу, оның теңдеуі.
2. Екі түзудің арасындағы бұрыш
3. Түзу және жазықтықтың өзара орналасуы.
4. Түзу мен жазықтықтың арасындағы бұрыш.
5. Нүктеден түзуге дейінгі ара қашықтық. Екі түзудің арасындағы қашықтық.

Тезистің қысқаша мазмұны:

Кеңістіктегі түзудің теңдеуі екі параллель емес және беттеспейтін жазықтықтардың қиылысуы ретінде беріледі:

$$l \sim \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 & \sim \quad P_1 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 & \sim \quad P_2 \end{cases} \qquad (1)$$

(1)-өрнек түзудің кеңістіктегі жалпы теңдеуі деп аталады.

$\overline{N}_1(A_1, B_1, C_1) \perp P_1$, $\overline{N}_2(A_2, B_2, C_2) \perp P_2$ болғандықтан $\overline{N}_1 \perp l$ және $\overline{N}_2 \perp l$. Бұдан l түзуі

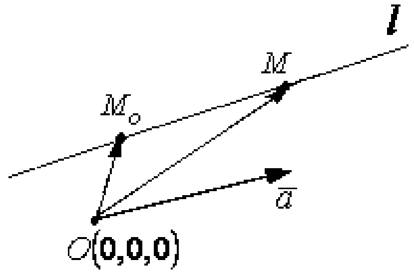
$$\overline{a} = \overline{N_1} \times \overline{N_2} = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix} = \left(\begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix}; \ -\begin{vmatrix} A_1 & C_1 \\ A_2 & C_2 \end{vmatrix}; \ \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} \right) \qquad (2)$$

векторына параллель.

Егер түзудің кеңістіктегі теңдеуі (1) түрінде берілсе, есеп шығарғанға қолайсыз. Сондықтан, түзу теңдеуінің басқа түрлерін қарастыралық.

1. Түзудің канондық теңдеуі

$M_o(x_o, y_o, z_o)$ нүктесі арқылы өтетін $\overline{a}(l; m; n)$ векторына параллель түзудің теңдеуін жаз.



$M(x, y, z)$ - түзудің ағымдық теңдеуі болсын. Онда $\overline{M_0M} \,||\, \overline{a}$ және бұдан мынадай қорытынды шығады: $\overline{M_0M} \,||\, t \cdot \overline{a}$, мұндағы t - параметр немесе

$(x - x_o)\overline{i} + (y - y_o)\overline{j} + (z - z_o)\overline{k} = t\left(l\overline{i} + m\overline{j} + n\overline{k}\right)$. Бұдан,

$$\begin{cases} x - x_o = lt \\ y - y_o = mt \\ z - z_o = nt \end{cases} \qquad (3)$$

(1) – түзудің параметрлік теңдеуі деп аталады.

(1)-тегі t -ны жоя отырып, түзудің канондық теңдеуін аламыз:

$$\frac{x - x_o}{l} = \frac{y - y_o}{m} = \frac{z - z_o}{n} \quad . \qquad (4)$$

Түзудің жалпы теңдеуінен канондық теңдеуіне көшу үшін $z_o = 0$ деп ала отырып, (1)-ші теңдеуден x_0 және y_0 табамыз, ал l, m, n мәндерін (2)-ден аламыз.

2. Түзулер арасындағы бұрыш

$\dfrac{x - x_1}{l_1} = \dfrac{y - y_1}{m_1} = \dfrac{z - z_1}{n_1}$, $\dfrac{x - x_2}{l_2} = \dfrac{y - y_2}{m_2} = \dfrac{z - z_2}{n_2}$ түзулері берілсін және $\overline{a}_1(l_1; m_1; n_1)$, $\overline{a}_2(l_2, m_2, n_2)$. Онда:

а) Түзулер арасындағы бұрыш $\cos\alpha = \dfrac{\overline{a}_1 \cdot \overline{a}_2}{|\overline{a}_1| \cdot |\overline{a}_2|}$

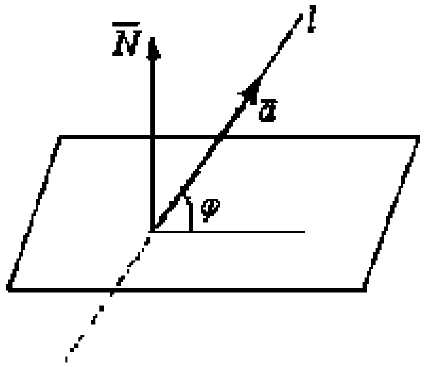
б) Параллельдік шарты $\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{n_1}{n_2}$

в) Перпендикулярлық шарты $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$.

3. Түзу мен жазықтықтың арасындағы бұрыш

$$l \sim \frac{x - x_o}{l} = \frac{y - y_o}{m} = \frac{z - z_o}{n} ,$$

$$P \sim Ax + By + Cz + D = 0$$



$\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \varphi\right) = \dfrac{\overline{N} \cdot \overline{a}}{|\overline{N}| \cdot |\overline{a}|}$ болғандықтан , $\sin\alpha = \dfrac{\overline{N} \cdot \overline{a}}{|\overline{N}| \cdot |\overline{a}|}$.